

Condition de repos initial et système LTI causal

Condition de repos initial (CRI) :

$$\text{CRI} \quad \begin{cases} \text{Si } x(t) = 0 \text{ pour } t < t_0, \text{ alors } y(t) = 0 \text{ pour } t < t_0 \\ x[n] = 0 & n < n_0 & y[n] = 0 & n < n_0 \end{cases}$$

Théorème : un système LTI H est causal
si
il satisfait les CRI

Preuve:
(temps continu)

$\Leftarrow$ Supposons H satisfaisant les CRI

Alors, comme $\delta[n] = 0$ pour $n < 0$

alors $h[n] = 0$ pour $n < 0$

donc H est causal

$\Rightarrow$ Supposons H causal et $x[n] = 0$ pour $n < n_0$

$$\text{Alors } y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n] h[n-k]$$

$$= \sum_{k=n_0}^{\infty} x[k] h[n-k]$$

$$= \sum_{k=n_0}^n x[k] h[n-k]$$

$$= \underline{0 \text{ pour } n < n_0}$$